

Diskrete Mathematik

Übung 9

9.1 Brücken und Kreise

- a) Zeigen Sie: Ein einfacher ungerichteter Graph ist genau dann nicht kreislos, wenn er mindestens eine Kante besitzt, die *keine* Brücke ist.
- b) Zeigen Sie: Ein Wald ist genau dann kein Baum, wenn $v, w \in V$ existieren mit $\{v, w\} \notin E$ und so, dass

$$G' := (V, E \cup \{\{v, w\}\})$$

kreislos ist.

9.2 Baum?

Beweisen oder widerlegen Sie folgende Aussage: Ein einfacher ungerichteter Graph $G = (V, E)$ ist ein Baum genau dann, wenn für alle $v \in V$ $\deg(v) \geq 1$ gilt sowie

$$\sum_{v \in V} \deg(v) = 2(|V| - 1).$$

9.3 Blätter

Sei $G = (V, E)$ ein Baum und $v \in V$ mit $\deg(v) = k$. Zeigen Sie, dass G mindestens k Blätter hat.

9.4 Baum und Knotengrade

Sei $n \in \mathbb{N}$ und

$$k_1 \geq k_2 \geq \dots \geq k_n \geq 1,$$

$k_i \in \mathbb{N}$.

Zeigen Sie: Es gibt genau dann einen Baum mit n Knoten $v_i, i = 1, 2, \dots, n$, und

$$\deg(v_i) = k_i$$

für alle i , wenn

$$\sum_{i=1}^n k_i = 2n - 2$$

gilt.

9.5 Jasser und Brücke

Die vier Jasser aus der letzten Serie möchten nach einem langen Abend eine Holzbrücke überqueren um nach Hause zu kommen. Diese ist allerdings etwas instabil, und kann höchstens zwei Leute tragen. Zudem ist es schon dunkel, und die Jasser haben nur eine Taschenlampe dabei, die bei jeder Überquerung unbedingt dabei sein sollte. Schliesslich sind nicht alle gleich schnell: Sie benötigen, um die Brücke zu überqueren, 1, 2, 10 und 12 Minuten. (Und wenn zwei zusammen gehen, bestimmt natürlich der langsamere der beiden die Dauer.)

Wie kommen die vier am schnellsten heim?