

Diskrete Mathematik

Übung 10

10.1 Zusammenhang und Kreise

- a) Sei $n \geq 3$. Welches ist *das kleinste* m , für das gilt: Jeder Graph mit n Knoten und m Kanten hat einen Kreis.
- b) Sei $n \geq 3$. Welches ist *das grösste* m , für das gilt: Jeder Graph mit n Knoten und m Kanten ist kreislos.
- c) Sei $n \geq 3$. Welches ist *das kleinste* m , für das gilt: Jeder Graph mit n Knoten und m Kanten ist zusammenhängend.
- d) Sei $n \geq 3$. Welches ist *das grösste* m , für das gilt: Kein Graph mit n Knoten und m Kanten ist zusammenhängend.

10.2 Cayley

Im folgenden bezeichne K_n den vollständigen, ungerichteten Graphen mit n Knoten: Jedes Paar von Knoten ist durch eine Kante verbunden. In der Vorlesung wurde gezeigt, dass K_n genau n^{n-2} verschiedene Spannbäume besitzt.

Wir bilden nun aus K_n einen neuen Graphen, indem wir genau eine Kante, z.B. die Verbindung der Knoten v_1 und v_2 , entfernen. Wie viele verschiedene Spannbäume besitzt dieser Graph?

Tipp. Überlegen Sie sich, in wie vielen der Spannbäume von K_n die gestrichene Kante enthalten ist. Nutzen Sie dazu die Symmetrie von K_n aus.

10.3 Euler

Eine *offene Eulertour* eines Graphen G enthält jede Kante von G genau einmal, hat aber, im Gegensatz zur Eulertour, nicht den gleichen Anfangs- und Endknoten. Geben Sie eine einfache notwendige und hinreichende Bedingung dafür, dass ein Graph eine offene Eulertour besitzt. Begründen Sie Ihre Antwort.

10.4 Hamilton

Wie viele verschiedene Hamiltonkreise besitzt K_n ?

Ein Hamiltonkreis eines Graphen mit n Knoten ist nichts anderes als ein Kreis der Länge n . Wie viele Kreise der Länge k ($< n$) besitzt K_n ?

10.5 Indiskret

Wir wählen auf der Peripherie eines Kreises zufällig n Punkte, dann verbinden wir diese miteinander in der Reihenfolge, in der sie auf der Kreislinie liegen (wir verbinden also Nachbarn).

Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Kreismittelpunkt im Innern des entstandenen n -Ecks liegt?