

# Diskrete Mathematik

## Übung 1

*Wir begrüßen Sie ganz herzlich an der ETH! Und speziell in der Vorlesung “Diskrete Mathematik”. Ihr Thema sind die Grundbegriffe der Logik (also des Argumentierens und Schliessens), der Mengenlehre (der Objekte in der Mathematik), sowie der Mathematik endlicher Strukturen (Kombinatorik, Graphentheorie, Algebra). In diesem Sinne ist der Inhalt das Komplement zur Analysis. Wie dort lernen Sie hier ebenfalls die Welt exakten mathematischen Denkens, Beweisens und Arbeitens näher kennen.*

*Informationen über diese Vorlesung finden Sie immer auf: <http://qi.ethz.ch/edu/dmHS10/>*

In dieser ersten Übung geht es uns darum, Ihnen einen kleinen Vorgeschmack auf die Art von Fragen zu geben, die wir in dieser Veranstaltung anschauen werden.

### 1.1 Schlüsse

Entscheiden Sie, ob die folgenden Schlüsse korrekt sind. Es geht dabei *nicht* um die materielle Korrektheit der Aussagen, sondern nur um die Frage, ob die Konklusion (also die Aussage, die unter dem “Schluss“-strich steht) eine logisch zwingende Folgerung aus den Prämissen (den oberen Aussagen) ist.

a)

Falls man aus 1 kg Silber 2 kg Silber machen kann, bricht der Silberpreis ein.  
Aus dem Auswahlaxiom folgt, dass man aus 1 kg Silber 2 kg Silber machen kann,  
falls Silber nicht aus Atomen besteht.  
Silber besteht aus Atomen.

---

Aus dem Auswahlaxiom folgt, dass der Silberpreis nicht einbricht.

b)

Wer Radfahrer ist, ist gedopt.  
Wer die Tour de France gewinnen will, ist Radfahrer.  
Wer gedopt ist, darf die Tour de France nicht fahren.

---

Wer die Tour de France gewinnen will, darf sie nicht fahren.

c)

Menschen sind keine Tiere.

Säuger sind Tiere.

Falls Menschen keine Säuger sind, dann sind Affen auch keine.

Affen sind keine Tiere.

d)

Alle roten gekochten Hummer sind tot.

Alle toten roten Hummer sind gekocht.

Alle gekochten toten Hummer sind rot.

## 1.2 Domino

Ein Quadrat bestehe aus  $8 \times 8$  kleinen Quadrätchen, die ihrerseits genau die Hälfte eines rechteckigen ( $2 \times 1$ ) Dominosteins sind: Das ganze Quadrat lässt sich also mit 32 Steinen exakt bedecken. Wir entfernen nun zwei diagonal gegenüberliegende Eck-Quadrätchen aus dem Grossen. Lässt sich nun die Restfläche mit 31 Dominosteinen exakt zudecken, ohne dass man einen Dominostein zersägen müsste?

Geben Sie entweder eine solche Belegung oder aber einen Beweis, dass keine existieren kann.

## 1.3 Rubik's Cube in Nussbaum

Sie möchten einen Holzwürfel in  $3 \times 3 \times 3 = 27$  kleine Würfelchen zersägen. Die offensichtliche Lösung benötigt *sechs* Schnitte. Nun dürfen Sie aber die erhaltenen Teilstücke nach jedem Schnitt anders anordnen: Sie können sie beliebig aufeinander stapeln und dann *einen geraden Schnitt* durch diesen ganzen "Turm" machen. Lässt sich so — durch cleveres Vorgehen — die Anzahl benötigter Schnitte reduzieren?

## 1.4 Kellen schütteln

Zeigen Sie: In einer Gruppe von *sechs* (oder mehr) Leuten ist immer mindestens eine der folgenden beiden Aussagen wahr:

a) Es gibt drei Leute, die einander *alle noch nie* die Hand geschüttelt haben.

b) Es gibt drei Leute, die einander *alle schon einmal* die Hand geschüttelt haben.